



Colegio Amor de Dios

C/Real de Burgos, 5. Valladolid - 47011
Tfno.: 983 250 082 amordiosva@planalfa.es

MATEMÁTICAS ACADÉMICAS 4ºESO Ejercicios de verano

Antes de realizar estos ejercicios el alumno debería estudiar en primer lugar todos los conceptos matemáticos impartidos en clase con los ejemplos y las actividades desarrolladas en el cuaderno. Los mejores ejercicios con los que puede practicar son los que se han realizado y corregido durante el curso. Debe llegar a entenderlos y saber hacerlos.

En estas hojas falta algún tipo de ejercicio que hemos visto en clase, es imposible abarcar todos, pero en este sentido ya se ha insistido en que se considera suficiente con los ejercitados durante el curso.

La entrega de estas actividades correctamente realizadas no supone superar la asignatura en la convocatoria de septiembre. Para ello es obligatorio aprobar el examen que se realizará en dicho mes.

Un cordial saludo.

Departamento de Matemáticas

TEMA 1 NÚMEROS REALES

1) Realiza las siguientes operaciones con radicales y potencias:

a) $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt{32}} \cdot \frac{\sqrt[5]{72}}{\sqrt{18}}$

b) $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + \frac{1}{4}\sqrt{48} - \sqrt[3]{3}$

c) $\frac{12^2 \cdot (-2)^4 \cdot 18^{-3} \cdot (-3)^{-1}}{(1+2^3)^2 \cdot 3^{-2/3} \cdot (-2)^{-4}}$

2) Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{5}{2 \cdot \sqrt{3}}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4}}$

c) $\frac{2}{\sqrt{3} + 2}$

d) $\frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

e) $\frac{6}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

3) Resuelve los siguientes logaritmos aplicando la definición y propiedades:

a) $\log_4 64$

b) $\log_3 \frac{1}{27}$

c) $\log_2 2\sqrt{2}$

d) $\log_x 125 = -3$

e) $\log_2(4x) = 3$

f) $\log_{27} 3$

g) $\log_{\sqrt{5}} 0,04$

h) $\ln \frac{\sqrt{e}}{e^3}$

i) $\log_{\frac{1}{2}} 64$

j) $\log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt[3]{64}}{16}$

4) Sabiendo que $\log a = 0,6$ y $\log b = 2,4$, calcular:

a) $\log \sqrt{a}$

b) $\log \sqrt[4]{b}$

c) $\log \sqrt{ab}$

d) $\log \sqrt{\frac{ab}{1000}}$

e) $\log \frac{\sqrt{a^{-3} \cdot b}}{\sqrt[3]{b^2 \cdot a^3}}$

5) Calcula: a) $\log_6 \sqrt[5]{36^3}$ b) $\log_{\frac{1}{2}}(5^{\log_5 3})$

- 6) Sabiendo que $\log 2 = 0,3$. Calcula $\log \sqrt{0,25}$
- 7) Sabiendo que $\log_a u = 0,2$, $\log_a v = -2$. Calcula $\log_a \left(\frac{\sqrt{u}}{v} \right)$

TEMA 2 POLINOMIOS

- 8) Realiza la siguiente división de polinomios: $(3x^5 - 3x^3 + x^2 - 1) : (2x^3 - x + 3)$
- 9) Determina el valor de k para que la división $(x^{2017} + 3x^3 + (k+2)x - 2) : (x+1)$ tenga resto 5.
- 10) Determina el valor de k para que $(x+1)$ sea un factor de $x^{2017} + 3x^3 + kx - 2$.
- 11) Construye un polinomio cuyo término principal sea 3 y que tenga por raíces simples 2, -1 y raíz doble 0
- 12) Factoriza los siguientes polinomios (emplea factor común, identidades notables o Ruffini):
- | | | |
|----------------------------|--|-------------------------------|
| a) $x^3 + 2x^2 - 5x + 6$ | d) $x^2 + 2x - 15$ | g) $6x^3 + 11x^2 - 3x - 2$ |
| b) $x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x$ | e) $x^3 + 3x^2 + x + 3$ | h) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$ |
| c) $ax - bx + ay - by$ | f) $\left(\frac{1}{9} - \frac{2}{3}x + x^2 \right)$ | i) $-x^2 - 2xy - y^2$ |
- 13) Descomponer en fracciones simples las siguientes fracciones algebraicas:
- | | | |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|
| a) $\frac{14x+18}{x^3-7x-6}$ | b) $\frac{-10x+4}{x^2+2x-15}$ | c) $\frac{4x^2+4x-4}{x^3+x^2-x-1}$ |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|

TEMA 3 ECUACIONES Y SISTEMAS

- 14) Resuelve las siguientes ecuaciones:
- | | | | |
|--|----------------------------------|-------------------------------|--|
| a) $\frac{2-x}{3} - \frac{4-2x}{2} = \frac{x}{4} + 3$ | f) $4x^4 - x^2 = 0$ | k) $2x^4 - 162 = 0$ | o) $(x-6)(x+6) = 2(6-x^2)$ |
| b) $6x^2 - 5 = 35 - 4x^2$ | g) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$ | l) $x + \sqrt{x^2 - 36} = 18$ | p) $x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 10x^3 = 0$ |
| c) $\frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} \left(x - \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{9}$ | h) $2x^3 + 3x^2 - 2x = 0$ | m) $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$ | q) $(2x^2 - 18)(6x^2 + 4) = 0$ |
| d) $3x - \sqrt{6x^2 - x + 13} = 1$ | i) $(2x+5)(x^2+4) = 0$ | n) $x - \sqrt{6x+1} = 1$ | r) $\sqrt{x^2+2x+1} - \sqrt{4x+1} = 0$ |
- 15) Resuelve:
- | | |
|----------------------------------|--|
| a) $3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$ | b) $\begin{cases} 8^y \cdot 2^{2x} = 128 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} = 27 \end{cases}$ |
|----------------------------------|--|
- c) Despejar x sabiendo: $\log x = 2(\log a + 3 \log b) - \frac{1}{2}(2 \log c + \log d)$ (Resolver tomando antilogaritmos)
- d) $\log(5x+4) - \log 2 = \frac{1}{2} \log(x+4)$
- 16) Resuelve las siguientes ecuaciones y sistemas exponenciales y logarítmicas:
- | | | |
|---|------------------------------------|--|
| a) $4^{1-3x} = 2^{x-2}$ | c) $\frac{3^{3x-2}}{3^{x+3}} = 81$ | e) $\begin{cases} 3^{2x} \cdot 3^{-y} = 81 \\ \log x + \log(y+12) = 1 \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} \log_2 x + 3 \log_2 y = 5 \\ \log_2 x^2 - \log_2 y = 3 \end{cases}$ | d) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 224$ | f) $2^{x+2} = \left(\frac{1}{2} \right)^{2x-1}$ |

17) Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a) $10^{x+4} = 30$

b) $\log 0,03 = x - 1$

c) $\log 16 - 2 \log x = 2$

d) $2^{x+2} = \sqrt{2}$

e) $\frac{1}{2} \log(3x+4) + \frac{1}{2} \log(5x+1) = 1 + \log 3$

f) $2 \log x = 3 + \log \frac{x}{10}$

g) $3 \log x - \log 32 = \log \frac{x}{2}$

h) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$

i) $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$

j) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

TEMA 4 INECUACIONES

18) Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x-3}{5} - \frac{10-2x}{7} > \frac{4x+2}{3} - 1$

c) $\frac{2x}{15} - \frac{3x-5}{20} < \frac{x}{5} - 3$

b) $\frac{-x^2+5x-6}{5-x} \geq 0$

d) $\frac{x^3-4x^2+5x-2}{x^2+2x+1} \leq 0$

19) Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{5}{6}(3-x) - \frac{1}{2}(x-4) \geq \frac{1}{3}(2x-3) - x$

b) $\frac{-x^2+x+12}{(2-x)(x+1)} \geq 0$

c) $x^2(x-1) + 2x(1-x) \geq 0$

d) $\frac{x^2-9}{x^2-x-2} \leq 0$

20) Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} -2x-6 \leq 0 \\ 3x+3 \leq 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+6 \leq 0 \\ -x+1 \leq 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+5 < 3x \\ -x+8 < 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -2x+y \leq 3 \\ 2x-y \leq 2 \\ x+2y \leq 4 \end{cases}$

21) Cierta fabricante produce dos artículos, A y B, para lo que requiere la utilización de dos secciones de producción: sección de montaje y sección de pintura.

El artículo A requiere una hora de trabajo en la sección de montaje y dos en la de pintura; y el artículo B, tres horas en la sección de montaje y una hora en la de pintura.

La sección de montaje solo puede estar en funcionamiento nueve horas diarias, mientras que la de pintura solo ocho horas cada día. El beneficio que se obtiene produciendo el artículo B es de 40 euros y el de A es de 20 euros.

Calcula la producción diaria de los artículos A y B que maximiza el beneficio.

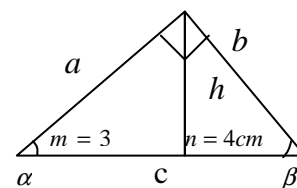
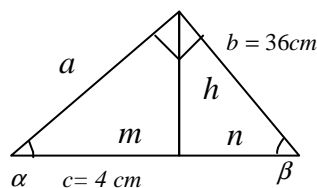
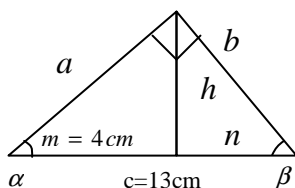
22) Un orfebre fabrica dos tipos de joyas. Las del tipo A precisan 1 g de oro y 1,5 g de plata, vendiéndolas a 40 euros cada una. Para la fabricación de las de tipo B emplea 1,5 g de oro y 1 g de plata, y las vende a 50 euros. El orfebre tiene solo en el taller 750 g de cada uno de los metales. Calcula cuántas joyas ha de fabricar de cada clase para obtener un beneficio máximo.

23) Unos grandes almacenes desean liquidar 200 camisas y 100 pantalones de la temporada anterior. Para ello, lanzan dos ofertas, A y B: La oferta A consiste en un lote de una camisa y un pantalón, que se venden a 30 euros; la oferta B consiste en un lote de tres camisas y un pantalón, que se vende a 50 euros. No se desea ofrecer menos de 20 lotes de la oferta A ni menos de 10 de la B. ¿Cuántos lotes han de vender de cada tipo para maximizar la ganancia?

TEMA 5 SEMEJANZA Y TRIGONOMETRÍA

24) En una parcela hay una piscina de 12m². ¿Qué superficie ocupará si duplicamos sus dimensiones?

25) Determina los siguientes triángulos rectángulos:



26) Sabiendo que $\cos a = \sqrt{5}$ y que $90^\circ < a < 180^\circ$. Calcula todas las demás razones trigonométricas.

- 49) Desde la base de una montaña vemos su parte más alta con un ángulo de 65° . Nos alejamos 800m y ahora vemos la cima con un ángulo de 35° ¿Cuál es la altura de la montaña?
- 50) Determinar los lados y ángulos que faltan en los siguientes triángulos (no rectángulos):
- $a = 5 \text{ cm}$, $\hat{B} = 40^\circ$ y $\hat{C} = 60^\circ$
 - $a = 5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$ y $\hat{C} = 50^\circ$
 - $a = 10 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$ y $\hat{A} = 55^\circ$
 - $a = 14 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$ y $c = 10 \text{ cm}$

TEMA 6 GEOMETRÍA ANALÍTICA

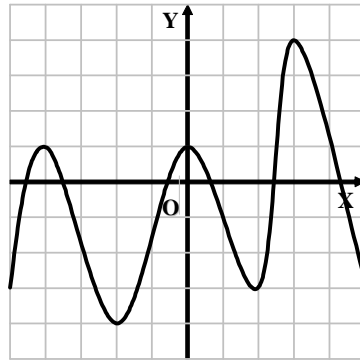
- 51) Dados los puntos A(3, 1) y B(2,-3) calcular:
- Representación y coordenadas del vector \overline{AB}
 - Inclinación y módulo del vector \overline{AB}
 - Punto medio del segmento AB
 - Distancia de A hasta B
- 52) Dados los vectores $\vec{u} = (-2,3)$ $\vec{v} = (1,-2)$ $\vec{w} = (-3,-1)$, calcula:
- $\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$
 - $2\vec{u} + \vec{v} - 2\vec{w}$
 - $-3\vec{u} + \vec{w}$
 - $-3\vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w}$
 - $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \vec{w}$
 - $-3\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{w}$
 - Ángulo que forman \vec{u} y \vec{w}
 - Ángulo que forman \vec{u} y \vec{v}
 - Ángulo que forman \vec{v} y \vec{w}
- 53) Dados los puntos (-1, 0) y (1, 2), determina la ecuación de la recta en todas sus formas (explícita, general, vectorial, paramétrica y continua) a la que pertenecen.
- 54) Determina la ecuación de la recta en todas sus formas que pasa por el punto A(0, 3) y tiene vector director $\vec{v} = (1,-2)$
- 55) Calcula la ecuación de la recta en todas sus formas que pasa por el punto (1,0) y es paralela a la recta $2x - 3y - 1 = 0$.
- 56) Calcula la ecuación de la recta en todas sus formas que pasa por el punto (-3,2) y es perpendicular a la recta $y = 2x - 7$.
- 57) Determina la posición relativa de los siguientes pares de rectas calculando el punto de corte si son secantes y el ángulo que forman entre ellas.
- $r \equiv 2x - y - 1 = 0$
 $s \equiv 3x + 2y - 5 = 0$
 - $r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases} s \equiv (x, y) = (2,5) + (1,2)\lambda$
 - $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{6} s \equiv y = 2x + 3$
 - $r \equiv \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} s \equiv x + 2y - 4 = 0$
- 58) Calcular el punto simétrico de (2, 0) con respecto de la recta $5x - 4y + 31 = 0$

TEMA 7 CÁLCULO DE LÍMITES. CONTINUIDAD.

- 59) Calcula los siguientes límites:
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{\sqrt{9n^2+2}} \right)$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{16}}{3} \right)^n$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3-3}{3-n^2} \right)$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{3n} \right)^{7n}$
- 60) Calcula los siguientes límites:
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+5}{2-x^2}$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-3}{2-x}$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+5}{3x-x^2}$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{x^2-2x}{x}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+5}{2-x^2}$
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x-1}$
 - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+4}$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x-1} - \frac{2x^2+3x}{x+1}$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} 2x - \frac{2x^2+x}{x+1}$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2-n} - \sqrt{n^2+n}}{2n}$
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-2x^2-x+2}{x^2-3x+2}$
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x - \sqrt{4x^2+2x}$

61) Calcula los límites que se indican en la siguiente gráfica de la función:

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$
- d) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$
- f) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$
- g) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$
- h) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$



62) Representar y estudiar la continuidad de la siguiente función: $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \Leftrightarrow x \leq 1 \\ 3x & \Leftrightarrow 1 < x \leq 2 \\ \frac{1}{x-3} & \Leftrightarrow x > 2 \end{cases}$

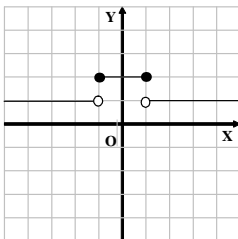
63) Representar y estudiar la continuidad de: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & x \leq -1 \\ \frac{1}{x} & -1 < x < 1 \\ \frac{2x}{x+1} & x > 1 \end{cases}$

64) Probar que esta función es discontinua en $x=2$: $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2} & x \neq 2 \\ 5 & x = 2 \end{cases}$

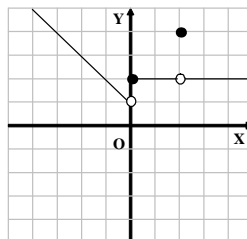
TEMA 6 FUNCIONES

65) Dadas las siguientes funciones, determina su dominio, recorrido e indica en qué puntos son continuas y en cuáles no.

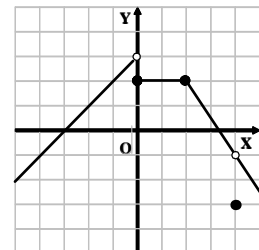
a)



b)

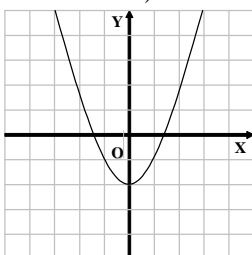


c)

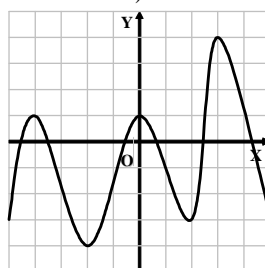


66) Dadas las siguientes gráficas, estudia su dominio, recorrido, continuidad, crecimiento, máximos y mínimos.

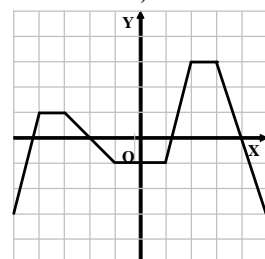
a)



b)



c)



67) Averigua si las siguientes funciones tienen simetría par o impar:

a) $f(x) = \frac{x^2}{2}$

b) $g(x) = \frac{x^3 - x}{2x^5 + 2x}$

c) $h(x) = x^2 + x + 1$

d) $i(x) = \frac{-x}{x^2 + 5}$

68) Representa gráficamente y estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x^2 - 3$

b) $f(x) = -3x^2 + x$

c) $f(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq -1 \\ -x^2 & -1 < x \leq 2 \\ x+2 & x > 2 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x \leq 0 \\ x & 0 < x < 1 \\ x^2 - 4x & x \geq 1 \end{cases}$

69) Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-9}$

c) $f(x) = x^3 - 8x + 2$

e) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

g) $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x-5}$

b) $f(x) = \sqrt{(1-x)(x+2)}$

d) $f(x) = \frac{7}{x^3 - 2x^2 + x}$

f) $f(x) = 7x + \sqrt{x-2}$

h) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x+6}}$

i) $f(x) = \log\left(\frac{x-3}{x^2-4}\right)$

j) $f(x) = \frac{\log(x+2)}{\sqrt{x+3}}$

k) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$

TEMA 7 DERIVADAS

70) Calcula las siguientes derivadas por definición en los puntos que se indican:

a) $f(x) = -x^2 + 3x - 3$ en $x = -1$

b) $f(x) = \frac{3x-4}{5}$ en $x = 2$

71) Calcular las siguientes derivadas:

a) $y = \frac{(x-2)^2}{\sqrt{x+5}}$

g) $y = (\sqrt{2x^2+5}) \cdot (7x^4 - 6x^2)$

b) $y = \frac{(3x^2-2)^{3/2}}{\sqrt[3]{x^2+5x}}$

h) $y = \frac{\sqrt{6x^3}}{5+\sqrt{3}}$

c) $y = \frac{5}{\sqrt[6]{(3x^5-2x)^5}}$

i) $y = \pi \cdot \sqrt[5]{6x-4}$

d) $y = (2x^5 - 2x)^{4/3}$

j) $y = 7 \cdot \sqrt[6]{(-4x^3 + 2x^2)^5}$

e) $f(x) = 7x^3 - 8x + 4 - \sqrt[3]{x^2} + \frac{8}{x^2}$

k) $f(x) = \frac{7x^3 - \frac{7}{x^2} + 2}{x^2 - \sqrt[7]{x^4} + 7}$

f) $f(x) = \left(\frac{7x+4}{x-1}\right) \cdot (2x+8)$

72) Calcular la recta tangente a la recta $2x - 3y - 1 = 0$ en el punto $(2, 1)$.